Trabalho 5 - Modelos ocultos de Markov

Flavio Dalossa Freire

31/08/2020

## 1)

Seja uma variável aleatória com distribuição uma mistura de duas distribuições com esperanças e  
variâncias , respectivamente, onde os parâmetros de mistura são e com .

1. Prove que .
2. Mostre que a mistura de duas distribuições Poisson, , com , é superdispersa, ou seja, .

## 3)

Considere uma Cadeia de Markov estacionária de dois estados e matriz de probabilidades de transição dada por

1. Mostre que a distribuição estacionária é
2. Considere o caso e as duas sequências de observações seguintes, que se supõe serem geradas pela Cadeia de Markov acima

* Calcule a distribuição estacionária de cada uma das sequências. Note que cada sequência contém o mesmo número de uns e dois. Porquê estas sequências não são igualmente prováveis?

## 7)

Exemplo em Bisgaard and Travis (1991). Considere a seguinte sequência de 21 observações, assumidas como resultantes de uma Cadeia de Markov homogénea de dois estados

1. Estimar a matriz de probabilidades de transição por máxima verossimilhança condicionada à primeira observação.

library(markovchain)

## Package: markovchain  
## Version: 0.8.5  
## Date: 2020-05-21  
## BugReport: http://github.com/spedygiorgio/markovchain/issues

dados7<- c(1,1,1,0,1,1,0,1,1,1,1,0,1,1,0,1,1,1,1,1,1)  
  
mcfit7<- markovchainFit(data = dados7)  
  
mcfit7[[1]]

## MLE Fit   
## A 2 - dimensional discrete Markov Chain defined by the following states:   
## 0, 1   
## The transition matrix (by rows) is defined as follows:   
## 0 1  
## 0 0.00 1.00  
## 1 0.25 0.75

## 9)

Exemplo em Singh (2003). Considere a seguinte, muito curta, sequência de ADN:

Ajuste uma Cadeia de Markov homogênea a estes dados por:

1. Máxima verossimilhança condicionada à primeira observação;

library(markovchain)  
dados9<- c('A','A','C','G','T','C','T','C','T','A','T','C','A','T','G','C','C','A','G','G','A','T','C','T','G')  
  
mcfit9<- markovchainFit(data = dados9)  
  
mcfit9[[1]]

## MLE Fit   
## A 4 - dimensional discrete Markov Chain defined by the following states:   
## A, C, G, T   
## The transition matrix (by rows) is defined as follows:   
## A C G T  
## A 0.1666667 0.1666667 0.1666667 0.5000000  
## C 0.2857143 0.1428571 0.1428571 0.4285714  
## G 0.2500000 0.2500000 0.2500000 0.2500000  
## T 0.1428571 0.5714286 0.2857143 0.0000000

mcfit9[[1]]^500

## MLE Fit^500   
## A 4 - dimensional discrete Markov Chain defined by the following states:   
## A, C, G, T   
## The transition matrix (by rows) is defined as follows:   
## A C G T  
## A 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## C 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## G 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## T 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227

mcfit9[[1]]^600

## MLE Fit^600   
## A 4 - dimensional discrete Markov Chain defined by the following states:   
## A, C, G, T   
## The transition matrix (by rows) is defined as follows:   
## A C G T  
## A 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## C 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## G 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## T 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227

Assim temos a resposta

mcfit9[[1]]^600

## MLE Fit^600   
## A 4 - dimensional discrete Markov Chain defined by the following states:   
## A, C, G, T   
## The transition matrix (by rows) is defined as follows:   
## A C G T  
## A 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## C 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## G 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227  
## T 0.212297 0.2923434 0.2111369 0.2842227